

PROGRAMA DE MATEMATICĂ PENTAGONIA (o privire de ansamblu)

| Clasa a V-a | Clasa a VI-a | Clasa a VII-a | Clasa a VIII-a |
|--|--|---|--|
| <p>Semestrul I – ARITMETICĂ: ARITMETICA NUMERELOR NATURALE - Probleme aritmetice, diverse metode - Cele patru operații de bază și puterea; ordinea op.; proprietățile operațiilor - Descompunerea numerelor în factori; numere prime - Operații cu puteri: ordinea operațiilor; încălcarea ordinii operațiilor - Rădăcina numerelor pătrate: determinări intuitive - Divizori și multipli - Criterii de divizibilitate</p> <p>Semestrul I – GEOMETRIE: DESEN GEOMETRIC CU MÂNA LIBERĂ (*) - Cercul și dreapta - Pătratul; alte patrulatere - Triunghiul echilateral; alte triunghiuri - Unghiul; unghi înscris în cerc, în semicerc, clasific. (drepte, apoi ascuțite, respectiv obtuze) - Alte figuri (“Steaua lui David” etc.) - “Teorema lui Pitagora” pe cazul triunghiului dreptunghic isoscel</p> | <p>Semestrul I – ARITMETICĂ: FRACȚII; PROPORȚIONALITATE - Recap. și completări: Nr. naturale; ordinea op. - Recap. și comp.: Frații; ordinea op., fracții etajate - Rădăcina pătrată prin descompunere și algoritm - Ecuații (rezolvări aritmetice) - Noțiunile de raport; proporție; proba și termen. nec. - Regula de trei simplă; proporțional. directă, inversă - Proporții derivate; șiruri de rapoarte egale etc. - Procente (două metode de rezolvare) - Elemente de organizare a datelor (tabele, diagrame) - Elemente de probabilități (moneda, zarul, urna etc.)</p> <p>Semestrul I – GEOMETRIE: GEOMETRIA COMPONENTELOR - Punct, dreaptă, semidreaptă, segment; lungime - Poziția relativă; paralelism și perpendicular. - Cercul, elemente - Congruență; mijloc; mediatoarea, construcții div. - Unghiul; interiorul; măsura unghiului; clasificare; - Congruența unghiurilor; bisectoarea - Unghiuri opuse la vârf - Unghiuri formate de paralele cu o secantă - Unghiuri adiacente, complementare, suplementare - Simetria axială; simetria centrală (echerul geom.)</p> | <p>Semestrul I – ALGEBRĂ: NUMERE RAȚIONALE și RĂDĂCINA PĂTRATĂ - Puterea cu exponent întreg - Metode de extragere a rădăcini dintr-un număr pătrat - Extragerea aproximativă a rădăcinii pătrate - Noțiunea de numere iraționale</p> <p>Semestrul I – GEOMETRIE: DEMONSTRAȚII GEOMETRICE; ARII - Cercul, elemente interioare (raze, diametru, coardă) - Poligoane, poligoane regulate: construcție, unghiuri - Demonstrații cu unghiuri, mediana pe ipot., etc - Demonstrații prin metoda triunghiurilor congruente - Linia mijlocie în triunghi și trapez - Aria figurilor de bază - Figuri echivalente - Teorema lui Pitagora (dem. prin arii) - Calcule de arii și perimetre ale figurilor studiate (calcule exacte și calcule aproximative) - Perimetrul și aria cerc.; numărul π</p> | <p>Semestrul I – ALGEBRĂ: EXPRESII ALGEBRICE - Sisteme de ecuații cu trei necunoscute - Intervale de numere reale; operații cu acestea - Inecuații și sisteme de inecuații - Ecuații și inecuații cu module - Sume algebrice; operații cu acestea - Formule de calcul prescurtat gr. II și III - Descompunerea în factori a sumelor algebrice - Ecuații de gr. II – diferite cazuri particulare - Frații algebrice; operații cu acestea</p> <p>Semestrul I – GEOMETRIE: PRISME; PIRAMIDE; TEOREME ÎN SPAȚIU - Cubul, paralelipipedul dreptunghic (cuboidul); prismele – construcții, arii și volume, secțiuni - Piramidele și tetraedrele – construcții, arii și volume - Puncte, drepte și plane; poziții relative - Paralelism, perpendicularitate și unghiuri relative - Teorema celor trei perpendiculare - Aplicații în corpurile studiate</p> |
| <p>Semestrul II – ARITMETICĂ: FR. ORDINARE; FR. ZECIMALE; UNIT. MĂS. - Frații ordinare – prezentare, transformări, fr. mixte - Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare, comparare - Înmulțirea și împărțirea fracțiilor ordinare - Frațiile zecimale; transformări - Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale - Înmulțirea fracțiilor zecimale - Împărțirea fracțiilor zecimale; transformări - Frații zecimale finite sau periodice - Unități de măsură pentru lungime și masă - Unit. de măs. pt. arie; pătrat și dreptunghi, echerul - Unit. de măs. pt. volum și capacitate; cub și cuboid - Unit. de măs. monetare; pt. timp; pt. unghiuri</p> <p>Semestrul II – GEOMETRIE: DESEN GEOMETRIC CU INSTRUMENTE (*) - Cercul și împărțirea sa în 6 părți (“floarea vieții”) - Împărțirea cercului în 4 părți (constr. diverse) - Împărțirea cercului în 8 părți - Împărțirea cercului în 12 părți - Împărțirea cercului în 16 părți (riglă și compas) - Unghiul la centru; împărțirea cercului în 5; 9; 10 părți (raportorul) - Unghiul înscris în cerc (periferic) și polig. stelate (*) Se recomandă cuprinderea într-un curs opțional suplimentar de “Desen geometric”</p> | <p>Semestrul II – ARITMETICĂ: NR. NEGATIVE; ECUAȚII; MULȚIMI - Numere relative (nr. pozitive și nr. negative) - Însurarea nr. relative; reducerea termenilor opuși - Produsul numerelor relative; împărțirea - Ordinea operațiilor - Valoarea absolută (modulul) - Ecuații (rezolvări algebrice) - Mulțimi; exemple; operații</p> <p>- Mulțimile de nr. învățate (\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q})</p> <p>Semestrul II – GEOMETRIE: TRIUNGHURI; PATRULATERE - Triunghiul, perimetrul, suma unghiurilor - Cazurile de construcție (LLL, LUL, ULU) - Clasificarea Δ-lor (I): echilateral, isoscel, scalen - Clasificarea Δ-lor (II): ascuțit-, drept-, obtuzunghic - Liniile importante în triunghi - Triunghiul dreptunghic; înscrierea în semicerc, mediana pe ipotenuză, cat. op. $\sphericalangle 30^\circ$, T. Pitagora - Patrulatere, perimetrul, suma unghiurilor - Construcții de patrulatere cu elemente date - Patrulatere speciale: Deltoidul ; Trapezele - Paralelogramul; Dreptunghiul; Rombul; Pătratul</p> | <p>Semestrul II – ALGEBRĂ: NR. IRAȚIONALE; CALC. ALGEB.; SIST. EC. - Numere iraționale - Extragerea factorilor de sub radical - Mulțimea nr. reale (inclusiv clasific. completă a nr.) - Operații cu nr. reale - Operații cu numere reprezentate prin litere - Formule de calcul prescurtat gr. II - Raționalizarea numitorului (cazurile I și II) - Ecuații de gr. I; Ec. de gr. II de forma $x^2 = n$ - Sisteme de două ecuații cu două necunoscute, prin metodele tranzitivității, substituției și reducerii - Rezolvarea problemelor prin ec. și sist. de ec.</p> <p>Semestrul II – GEOMETRIE: PROPORȚIONALITATE; CERCUL - Teorema lui Thales; TFA (aplicații aritmetice) - Asemănarea Δ-lor și a Δ-lor dreptunghice - Teoremele lui Euclid (T. catetei și T. înălțimii) - Alte demonstrații la Teorema lui Pitagora; reciproca - Rapoartele trigonometrice - Cercul: recapitulare, tangenta la cerc - Unghiul înscris în cerc - Cercul înscris sau circumscris unui triunghi - Patrulatere înscrise, patrulatere circumscrise - Lungimea arcului de cerc, aria sectorului de disc</p> | <p>Semestrul II – ALGEBRĂ: FUNCȚIA GR.I; COMPLETĂRI - Elemente de organizare a datelor (tabele, diagrame) - Noțiunea de funcție; elemente; exemple - Sistemul cartezian de axe (deducere din funcții) - Reprezentarea grafică a unei funcții - Graficul funcției de gr. I – exemple pe domenii - Ecuația atașată unei funcții; dreapta soluțiilor - Elemente de geometrie aplicată pe sistemul de axe - Ecuații de gr. II – rezolvarea cu formulele generale</p> <p>Semestrul II – GEOMETRIE: TRUNCHIURI DE PIR.; CORPURI ROTUNDE - Trunchiurile de piramidă – constr., arii și volume - Cilindrul; conul; trunchi de con; sfera – (idem) - Elemente de geometria sferei pe globul pământesc - Alte corpuri (platonice, arhimedice etc.)</p> |

Aspecte metodico-didactice generale

Prezenta propunere de programă urmează programei naționale de matematică pentru clasele gimnaziale publicată în februarie 2017 și este organizată pentru a susține parcursul orelor de matematică gimnazială într-o formă cât mai apropiată de îndeplinirea următoarelor deziderate de bază: respectarea principiilor de predare **în școlile Waldorf** și parcurgerea în totalitate a elementelor din programa pentru examenul de Evaluare Națională de la sfârșitul ciclului gimnazial.

Principii metodico-didactice

În linii mari predarea matematicii ar trebui organizată conform următoarelor principii:

- **Adaptarea materiei și a predării la posibilitățile și nevoile vârstelor, dar și în funcție de posibilitățile individuale și de cerințele naționale**

Materia parcursă trebuie adaptată obligatoriu la posibilitățile și nevoile vârstelor, atât la nivelul individului, cât și la nivelul clasei. **Gândirea elementară** specifică claselor mai mici, dar mai ales unora dintre elevi, trebuie adresată în mod echilibrat în paralel cu **gândirea intelectuală** specifică altor elevi, și extinsă la vârstele mai mari la majoritatea clasei (gândirea aritmetică față de gândirea algebrică, construcția geometrică în opoziție cu demonstrația, exercițiile de bază alături de problemele complicate etc.). **Nivelul lecției și profunzimea studiului** diferitelor lecții trebuie alese cu respect față de toți elevii, atât față de cei slabi, cu capacități reduse, cât și față de cei buni, cu capacități și așteptări ridicate în gândirea matematică. Totodată, încadrarea parcursului și nivelului orelor de matematică în **procesul școlar național** este un deziderat evident și trebuie urmărit de către orice dascăl ce predă matematica la gimnaziu.

- **Principiul ne-suprapunerii itemilor noi**

Se va evita introducerea simultană a mai multor itemi, noțiuni sau abilități de calcul. Astfel, de pildă în clasa a V-a, se vor studia în lecții separate descompunerea intuitivă a numerelor naturale în factori, apoi algoritmul de descompunere “cu bară”, dar scriind răspunsul tot ca produs cu enumerarea tuturor factorilor, iar de-abia apoi scrierea descompunerii ca produs de puteri de factori primi; la fel se vor studia în lecții separate introducerea operației de putere, integrarea noii operații în exerciții cu toate nivelele de operații, respectiv proprietățile operațiilor cu puteri și scurtcircuitarea ordinii operațiilor prin acestea. Odată cu avansarea în vârstă, acest principiu scade ca importanță, dar nu-și va pierde nici o dată cu totul valabilitatea.

- **Predarea în spirală**

Predarea în spirală oferă formarea tot mai complexă a noțiunilor și a ideilor matematice, urmărind evoluția acestora odată cu dezvoltarea gândirii elevului și cu lărgirea spectrului său de cunoștințe aferente. Predarea în spirală poate fi aplicată la diferite magnitudini, în cadrul unui capitol la lecții învecinate, sau în cadrul unor lecții îndepărtate în timp, în capitole diferite, sau chiar în ani de studiu diferiți.

De cele mai multe ori în predarea în spirală o noțiune suportă un proces de evoluție și transformări. Astfel, vorbim despre “noțiunea vie”, pe când definirea seacă încătușează o noțiune în parametrii strict fixați, aici vorbind de “noțiuni moarte”. În acest sens, prezenta programă recomandă evitarea definițiilor. Chiar și abordarea unei ramuri întregi a matematicii evoluează în predarea în spirală prin reluările succesive la nivele tot mai evaluate de gândire (vezi evoluția studiului geometriei din clasa a V-a în a VII-a).

- **Predarea intuitivă**

Deducerea și înțelegerea intuitivă a noilor itemi este foarte importantă la orice vârstă, însă trebuie luată cu adevărat în serios mai ales la clasele mici. Astfel, în clasele de intrare în matematica gimnazialo-liceală, profesorul va folosi cât de mult posibil intuiția elevilor, adaptându-și predarea pentru acest scop. Ordonarea lecțiilor și introducerea noilor cunoștințe se va face conform posibilității folosirii intuiției și nu conform necesităților predării rigurose axiomatice. Și în acest sens se va evita definirea noțiunilor, acestea fiind mai degrabă aduse intuitiv, prin imagini, ritm și descriere.

- **Problematizarea**

Problematizarea reprezintă forma cea mai naturală de implicare a elevilor în învățarea matematicii. Aceasta se poate folosi în cadrul rezolvării diferitelor probleme, dar se poate aplica cu mult succes și în procesul de cunoaștere a noilor conținuturi (predarea prin problematizare). La majoritatea lecțiilor noi se poate căuta deducerea lecției prin problematizare. Aceasta este de variate feluri. De pildă, la lecția despre înmulțirea numerelor naturale din clasa a V-a, când elevii de fapt cunosc înmulțirea, putem proceda în felul următor: după câteva exerciții cu înmulțiri cu numere mari în scris, sau cu numere mici în cap (la început înmulțiri cu *10, 100, 1000* și cu *20, 30* etc., apoi două cifre înmulțit cu o cifră – *30 · 5*, apoi *34 · 5* sau *29 · 7* etc.), după

acestea le putem cere elevilor să efectueze în cap înmulțiri multiple de tipul *5 · 37 · 2* până la *25 · 73 · 5 · 4 · 3 · 2*. În același gând le putem cere elevilor să găsească *produsul numerelor de la 1 la 10*; aici se fac anumite înmulțiri mintal, apoi cele mari în scris, iar în final se adaugă două zero-uri la coadă. Analizând cum s-au rezolvat acestea, clasa poate deduce apoi comutativitatea și asociativitatea înmulțirii. Aceasta este o predare prin problematizare “din aproape în aproape”; elevul nu știe care este țelul predării în această oră, lăsându-se condus cu încredere de către profesor. În acest caz, titlul lecției se scrie cel mai bine către sfârșitul orei, când lucrurile s-au clarificat. Dimpotrivă, se pot da exemple de problematizare clasică, adică atunci când elevul află țelul lecției, iar apoi se caută drumul către acesta.

O formă specială a predării prin problematizare este **predarea prin întrebări**. Profesorul descompune procesul de gândire în pași mici, accesibili gândirii elevului, astfel încât, cu fiecare nouă întrebare elevul mai descoperă un pas nou al lecției. Forma ideală (extremă) a acestei metode este atunci când profesorul nu dă nici o cunoștință nouă elevilor, ci le pune doar întrebări cu care le îndrumă acestora parcursul de descoperire pentru întreaga lecție.

- **Activități ludice și ritmice**

Activitățile cu caracter ludic sunt binevenite la orice clasă dacă sunt corect adaptate vârstei. Se pot face **jocuri ritmice** la începutul orei, în partea ritmică, dar și diferite calcule de pornire a gândirii, prezentate în formă de joc. În acest sens putem face oricând un foarte bun exercițiu “de încălzire” cu câteva zaruri aruncate pe masă în fața elevului: profesorul vede “dintr-o privire” dacă are mai mulți de 2 și 5 sau nu. Dacă da, atunci îi cere elevului să găsească produsul total; dacă nu, atunci îi cere suma totală. Acest exercițiu este însă unul individual și poate fi crescut în dificultate prin creșterea numărului de zaruri. Odată cu învățarea descompunerii, acest exercițiu devine și mai ușor (*de pildă, în cazul produsului, un 6 și un 5 între zaruri se transformă într-un 3 și un zero la coadă*).

Chiar și unele lecții pot căpăta formă de joc, descompunerea numerelor naturale în factori primi în clasa a V-a fiind un bun exemplu în acest sens. Și elementul ritmic, chiar dacă interiorizat din fizic în intelectual, poate sta la baza unor părți de lecție (de pildă, studiul șirurilor și căutarea numerelor prime cu “Ciurul lui Eratostene”, tot în clasa a V-a). Construirea corpurilor geometrice din carton este o activitate mai așezată, manufacturieră, însă cu profund caracter ludic. În sensul căutării jocului în matematică, pe lângă lecțiile din programă se pot include și teme deosebite, cum ar fi un mic studiu al “pătratelor magice”, măcar pe pătratele de 3x3, 4x4 și de ordin impar. La clasele mai mari caracterul ludic poate apărea de la elemente de “magie matematică” (de pildă cu zaruri) până la diferite alte probleme de “matematică distractivă”.

- **Predarea artistică**

Elementele artistice și manualitatea sunt binevenite în cadrul orelor de matematică, de la redactarea și aranjarea estetică a caietului de epocă sau a fișelor din portofoliu, până la activități cu profund caracter artistic (cum ar fi realizarea formelor geometrice frumoase și colorarea acestor desene în clasa a V-a). În măsura în care se pricepe, dascălul poate aduce la ora de matematică și elemente de observare a fracțiilor pe corzile instrumentelor, adică la notele muzicale, în diferite cântece.

Dinspre profesor, predarea artistică are, pe lângă încurajarea aspectelor mai sus menționate, și alte valențe mai subtile, cum ar fi trezirea prin intermediul matematicii a sentimentelor de frumos, de bucurie și de admirație în sufletul copiilor. Organizarea lecțiilor într-un crescendo care duce la o descătușare de uimire prezintă similitudini cu felul în care un compozitor își structurează simfonia, sau felul în care un scriitor trezește într-un roman curiozitatea și oferă deznodământul abia spre sfârșit.

- **Libertatea și obligațiile profesorului**

Aranjarea materiei din prezenta programă este orientativă, profesorul având oricând libertatea de a găsi alte variante de aranjare a materiei în forma lecțiilor, în forma capitolelor sau chiar în forma aranjării acestora la nivelul unui an de studiu sau la nivelul întregului ciclu gimnazial. Singura obligație evidentă este aceea de a parcurge toate cunoștințele din programa de examen până la sfârșitul clasei a VIII-a, într-o ordine rațională și într-un ritm echilibrat. Chiar și conținuturile sunt în linii mari de două feluri: cele obligatorii prin prisma prezenței lor la examen pe diferite paliere de dificultate, cât și cele facultative, dar recomandate prin prisma încărcăturii lor cu spiritualitate matematică (de pildă, numerele perfecte și numerele prietene din clasa a V-a sau corpurile platonice din clasa a VIII-a). În programă există și conținuturi care nu sunt incluse în materia de examen, dar care contribuie din plin la înțelegerea elementelor ce se dau la examen. Mai presus de toate însă, utilitatea matematicii trebuie văzută în formarea gândirii logice, raționale, libere, de care elevul va beneficia în întreaga sa viață și în afara matematicii, profesorul având obligația de a se preocupa constant și în acest sens.