Constantin Titus Grigorovici

ISTORIA UNEI REFORME UITATE
A MATEMATICII ŞCOLARE ROMÂNEŞTI
(partea I)

PREFAȚĂ

Suntem obişnuiți să privim programa ca un întreg stabil ce prezintă singura formă corectă în care pot fi aranjate şi predate actualmente lecțiile. Atunci când apar modificări nu prea comentăm şi ne obişnuim în curând cu noua formă. Nu ni se argumentează schimbarea şi nu ni se cere în mod real părerea despre aceasta, iar noi, profesorii de rând, acceptăm docil noile schimbări, fiind obişnuiți cu acest stil de pe vremea comunismului, atunci când oricum profesorii nu prea aveau cum să se apere: **astea sunt "directivele de sus" iar tu ca profesor la clasă nu le comentai, doar le aplicai.** Pentru a ne debarasa de respectiva stare nebuloasă şi a înțelege "cum merg lucrurile" în acest domeniu trebuie să analizăm cât se poate de modest, dar realist, câteva momente din istoria evoluției programei şi a predării matematicii.

În acest scop m-am străduit să scot în evidență calitatea învățământului matematic românesc din anii '60-'70, cât şi cele două flageluri care au distrus acea predare sănătoasă, anume, în primul rând, **obsesia pentru predarea riguroasă de tipul prelegerii universitare**, iar în al doilea rând, **introducerea rezultatelor la olimpiade ca obiectiv dominant în activitatea profesorului de matematică**. Şi înaintea introducerii acestor două obiective, profesorii de matematică aveau preocupări de rigurozitate a predării şi mergeau cu elevii la olimpiade, dar în procesul de predare era totuşi dominant un aer sănătos în dobândire a cunoştințelor matematice.

Ana Blandiana spunea de curând într-o emisiune TV: *Şcoala este cea mai mare problemă a României* (*Realitatea TV*, 20 dec. 2015, în reluare), şi am convingerea că felia matematică reprezintă una din părțile cel mai importante ale şcolii noastre. Or, pentru a putea purcede la rezolvarea acestei probleme grele trebuie în primul rând să o înțelegem. Prin eseul de față am încercat să-mi aduc modestul aport la înțelegerea situației matematicii şcolare româneşti.

O ultimă precizare trebuie făcută de la început: punctele de vedere prezentare în acest eseu despre starea matematicii pot fi extrapolate într-o măsură mai mare sau mai mică şi la alte materii (mai ales la cele denumite generic *ştiințe*), dar prezentul eseu este adresat cu precădere profesorilor de matematică.

Constantin Titus Grigorovici
16 februarie 2016

Anii ’60 – ’70

Încet, odată cu înlăturarea lentă a avântului extrem stalinist din anii de sovietizare de după război, matematica şcolară românească a ajuns să fie din nou condusă de către profesorii români formaţi solid şi sănătos înainte de al doilea război mondial. Cred că acesta este motivul principal pentru care învăţământul din România a fost până la sfârşitul anilor ’70 unul de foarte bună calitate, dovedind un echilibru deosebit între aspectele metodice şi cele ştiinţifice.
Primul exemplu de manuale de liceu din anii post-sovietici ce îl avem în biblioteca familiei este chiar manualul mamei mele de când a fost elevă în clasa a X-a: *Algebră, manual pentru clasa a X-a (Editura de stat didactică şi pedagogică, 1957), Alexandru Pop, Iacob Crişan* (acesta este primul “manual cu autor român” ce îl avem în familie dintre cele care veneau să înlocuiască manualele sovietice traduse din limba rusă). Voi mai reveni la acest manual, chiar citând pagini întregi.
Un alt exemplu de liceu din anii respectivi, *Manualul de geometrie pentru clasa a IX-a*, autori *Conf. univ. Gh. D. Simionescu şi Cezar Coşniţă (aprobat în 1961)* prezintă o formă ordonată şi suficient de riguroasă pentru această vârstă. Are multă geometrie în mişcare (locuri geometrice), o seamă de demonstraţii puternice, combinarea algebrei cu geometria etc. Este evident în câteva locuri faptul că manualul respectiv prezintă a doua trecere a elevului prin geometrie, prima trecere fiind cea din gimnaziu (referire la situaţia actuală de învăţare a geometriei într-o singură parcurgere).
Un alt manual interesant este *Geometria în spaţiu, Manual de clasa a X-a liceu, secţia reală şi anul II licee de specialitate, 1971,* autori *N.N. Mihăileanu, C. Ionescu-Bujor, C. Ionescu-Ţiu*. La sfârşitul acestui manual găsim câteva observaţii interesante, sub titlul de *Istoric: La închiderea cursurilor de geometrie elementară vom prezenta pe scurt câteva referinţe istorice. (...)*
Foarte importante sînt şi procupările metodice, de a se ajunge la o formă cît mai potrivită de predare a geometriei. Elementele lui Euclid, expuse axiomatic, sînt prea abstracte. Diferiţi pedagogi (...) au căutat să armonizeze cerinţele rigorii cu posibilităţile de asimilare ale elevilor. (…)
Primul exemplu de gimnaziu ce îl avem în acest sens este un *Manual pentru clasa a VIII-a de ALGEBRĂ* publicat la *Editura didactică pedagogică (1964)*, având din nou un autor român, scris însă cu modestie doar în interior: *Aurel Boteanu, profesor*. Tot din acea perioadă avem o excelentă lucrare de *Metodica predării geometriei în şcoala generală de opt ani (Ed. Didactică şi pedagogică, 1965), autori: Bogdanov Zlate, Călugăriţa Gheorghe, Opreanu Elena, Sandu Mihai*.
În matematica gimnazială, importantă pentru faptul că se adresează întregii populaţii şcolare, fiind astfel formatoare a felului cum gândeşte întregul popor, acţionau nume mari: *profesori emeriţi A. Hollinger* şi *Eugen Rusu* care ne-a lăsat o uimitoare moştenire metodico didactică – din care putem afla profunzimea gândurilor acelor conducători de matematică şcolară – şi nu în ultimul rând *Grigore Gheba*, un ofiţer reprofilat, care şi acum este venerat de către persoanele de peste 45 de ani pentru felul în care şi-au format gândirea şi obiceiurile matematice pe baza culegerilor

sale şi lista marilor profesori, autori de manuale şi culegeri din acele vremuri ar putea continua mult şi bine: *Ivanca Olivotto, Constantin Ionescu-Țiu* (unii îi spuneam scurt *Țiu*, alții îl porecleau cu drag *Chiț*), *Ioan Şt. Muşat etc.*

La liceu apăreau în plus şi alte nume mari. În primul rând erau reeditați "monştrii sacrii: *G. Țițeica (ediția a IV-a în 1961, ediția a VI-a în 1981), A. G. Ioachimescu (culegerea sa republicată în ediția a V-a în 1968). Pe lângă aceştia apăreau (luați aici aleator): C. Coşniță, D. Flondor, M. Stoka, M. Raianu, E. Mărgăritescu, I. Stamate, I. Stoian, F. Turtoiu, E. Georgescu-Buzău, Z. Bogdanov, L. Constantinescu, M.N. Roşculeț, L. Pîrşan, C. Petrişor etc.*

Un exemplu aş dori totuşi să evidențiez: manualul de *Elemente de analiză matematică, pentru clasa a XI-a din 1979, autori Nicolae Dinculeanu şi Eugen Radu*. Totul în acest manual este clar şi frumos.

Metodica ajunsese la un nivel profesionist extrem de profund, despre care şi acum ne putem doar minuna, dar toată această metodică se sprijinea solid pe vechea matematică interbelică românească, cu marii ei profesori ce veneau din jurul anului 1900. O exemplară depănare de amintiri matematice în acest sens am găsit la *Eugen Rusu* în lucrarea din 1969 *Psihologia activității matematice*. Citām de la pag. 237-238:

O expunere matematică trebuie axată pe claritate logică sau pe problematic?

Depinde ce urmărim. Dacă urmărim matematica-rezultat, ea este, "prin definiție", o disciplină logică, în care expunerea clară în cuvinte face parte din însăşi esența ei. De aceea, astfel de expuneri nu au stil; două texte, de autori diferiți, au foarte multe părți comune (definiții, enunțuri etc.) – fără să fie vorba de un "plagiat". Nu înseamnă că e uşor de făcut o expunere absolut sistematică, complet clară; dar e realizabil, problema construcției matematicii-rezultat se confundă cu problema redactării.

Dacă însă avem în vedere matematica-proces, acesta e un fenomen psihic; deci, tot prin definiție, îi corespunde un text care pune probleme.

Pentru exemplificare, mi-aş permite să mă refer la doi profesori (ale căror nume au fost adesea citate împreună), fiecare din ei o somitate a matematicii noastre şi totodată, fiecare, un pedagog de mare prestigiu – având însă stiluri de expunere diferite.

Țițeica făcea lecții de o claritate şi sistematizare desăvârşite, impecabile, care ne umpleau inimile de admirație şi mulțumire. Ieşeam de la curs cu lecția ştiută – criteriul prin care se măsoară de obicei eficiența unei lecții. Dar, aş zice, lecția era ***prea bine*** *ştiută. Ea constituia un sistem închis, perfect finisat, nu vedeam de ce ar mai trebui să stăruim asupra ei, nu ne dădeam seama dacă ea mai pune probleme.*

Pompei ne făcea să trăim problemele, problematica lor; ne făcea să constatăm înfiorați că există probleme acolo unde nouă ni s-ar fi părut că lucrurile sînt perfect "clare". El punea preț pe comentariu, pe adâncirea unor chestiuni ştiute. De aceea, la cursul său, pe lângă studenți, asistau totdeauna şi multe persoane care terminaseră facultatea cu ani în urmă. De altfel, ne-a spus-o şi explicit: e bine să asişti la un curs pe care îl cunoşti; abia atunci eşti dispunibil pentru reflecții proprii.

Aceşti autori români s-au adăugat marilor autori de lucrări de matematică rusă de calitate ce fuseseră traduşi pe bandă rulantă în anii stalinişti şi de

pe urma cărora matematica românească a beneficiat din plin. Iar după deschiderea din 1965 au început să fie traduse şi o multitudine de cărţi “din vest”: magistralele lucrări ale lui *George Polya* sau ale lui *Egmont Colerus, Fundamentele matematicii* a lui *Oskar Becker* sau *Amuzamentele matematice* ale lui *Martin Gardner*, şi lista poate fi continuată mult şi bine.
Personal, în ultimii 20 ani noi am studiat toate aspectele unei predări sănătoase a matematicii şi constatarea cea mai importantă este faptul că majoritatea covârşitoare a acestora erau de fapt prezente şi în matematica şcolară românească din anii ’60 – ’70. Astfel putem susţine cu hotărâre – şi cu argumente – că există o matematică sănătoasă, ce le aduce bucurie elevilor şi care este formatoare de oameni compleţi, capabili de a aborda cu succes viaţa în care vor merge ca adulţi, iar aceasta este în linii mari chiar matematica predată în anii ’60 – ’70 în şcolile româneşti. După astfel de lecţii este mult mai mare numărul elevilor ce se duc acasă şi se apucă imediat şi cu bucurie de temă, fără frica de note şi fără a aştepta să fie împinşi de la spate. Mai tot ce am aflat de la formatorii veniţi din apusul Europei “să ne deştepte” se regăseşte şi în literatura românească de specialitate sau în cea tradusă în anii ’60 – ’70 la editurile noastre.
Din păcate “nori negri” se adunau în acei ani la orizontul matematicii şcolare româneşti, iar aceasta se întâmpla în mod ciudat din două direcţii diferite. Unii veneau din vestul Europei, din lumea înaltă a matematicii ştiinţifice, pe când ceilalţi s-au format aici, la noi şi în estul Europei. Să-i studiem pe rând, aceştia apărând cam în aceeaşi periodă.

David Hilbert sau efectul fluturelui

Efectul fluturelui, ce stă la baza teoriei catastrofelor (ce denumire inspirată!), se aplică extraordinar de bine la studiul evoluţiei predării matematicii în ţara noastră în ultima parte a secolului XX. Să analizăm puţin situaţia.
După rezolvarea marii dileme a axiomei paralelelor prin Lobacevski şi Bolyai, sub binecuvântarea marelui Gauss, şi după epuizarea tuturor noilor posibilităţi deschise de acestea, concretizate sub titlul generos al *Geometriilor neeuclidiene* (Cercul lui Klein, pseudosfera etc.), după tumuluosul secol XIX deci, matematicienii s-au întors încă o dată la *Geometria euclidiană*. De data asta au făcut-o ordonat, axiomatic, foarte riguros, cu lecţia învăţată de pe urma posibilităţilor năucitoare ce fuseseră găsite sub formă de fisuri între multele intuiţii şi evidenţe cu care era construită geometria clasică.
Germanul *David Hilbert* a fost vârful de lance al grupului de matematicieni ce a acţionat la cumpăna dintre secole în acest sens. Lucrarea *Bazele geometriei* a lui Hilbert a influenţat mare parte din matematicienii care l-au urmat.
După primul război mondial se cristalizaseră în lumea matematicii două grupuri, să le denumim generic G1 şi G2:
G1: primul grup a fost acela al matematicienilor universitari de înaltă clasă care considerau că geometria riguros axiomatică trebuie să fie aşezată la baza matematicii şcolare.

G2: al doilea grup, a apărut probabil ca reacție la “vociferările” primului grup, acesta considerând că matematica şcolară trebuie să-şi păstreze mare parte din caracterul ei intuitiv, aspectele problematizării cunoaşterii matematice fiind vitale pentru formarea gândirii matematice.

După cum am mai arătat, în lucrarea *Psihologia activității matematice* profesorul *Eugen Rusu* descrie cele două poziții foarte clar drept **matematica-rezultat** (poziția G1) şi **matematica-proces** (pozița G2), explicând cât este de important procesul de cucerire a matematicii pentru elev, adică pentru mintea şi gândirea matematică în formare (atât în mare, la aritmetică, algebră, geometrie etc. luate ca întreg, cât şi în detaliu, la fiecare problemă în sine).

Pentru a înțelege lupta dintre cele două grupări din perioada interbelică şi agresivitatea felului în care membri din primul grup îşi susțineau ideile şi se luptau pentru implementarea acestora, să urmărim câteva pasaje din prefața lucrării *The Foundations of Euclidian Geometry* (Cambridge University Press, London, 1927) de *Henry George Forder*:

La începutul secolului trecut (sec. XIX) *se mai putea considera încă geometria euclidiană drept cel mai riguros corp de doctrină logică pentru matematicile din acea vreme care fiind de origine modernă, nu erau încă suficient fundamentate. (...) Dar, cu toate că geometria euclidiană este una dintre cele mai vechi ştiințe, şi cu toate că a fost studiată critic timp de peste două milenii, se pare că nu există nici un manual care să dea o prezentare unitară şi riguroasă acestei discipline în lumina concepțiilor moderne. (...) Sperăm că lucrarea de față va umple golul existent.*

O parte din carte se ocupă de geometria elementară care se predă în şcoală; de aceea s-ar putea crede că după expunerea fundamentelor corespunzătoare, ne vom referi la manualele şcolare dedicate acestei părți. Am fi procedat probabil astfel dacă nu ar fi cunoscut faptul că, în manualele şcolare, doar câteva demonstrații pot rezista unei examinări critice, chiar din partea acelora care le-au scris. Acest fapt arată că nu ar fi potrivit să se lase în seama cititorului sarcina de a-şi construi singur geometria ce se predă în şcoli, plecând numai de la fundamentele prezentate de noi în lucrarea de față. De aceea am dat şi demonstrațiile teoremelor care se predau de obicei în şcoală. (...)

Cartea nu se adresează începătorilor; însă profesorii care predau geometria elementară şi cei care scriu manuale de geometrie elementară pot constata din lectura acestui volum cât de departe de perfecțiunea logică sunt demonstrațiile prezentate de obicei în şcoli; de aici ar trebui să rezulte clar necesitatea unei îmbunătățiri a predării geometriei, dar aceasta, desigur, atâta vreme cât nu se va susține că o demonstrație incorectă are o valoare educativă mai mare decât una corectă.

Geometria, la început, se predă empiric, iar toate propozițiile considerate în general ca evidente trebuie să fie admise ca bune. Pe măsură ce cunoştințele matematice se îmbogățesc şi se dezvoltă, demonstrația începe, cu mari sacrificii, să se separe de experiență şi intuiție. Şi atunci când un anumit domeniu de cunoştințe a fost acoperit, apar spirite critice, doritoare să deducă pe cale logică toate propozițiile din acel domeniu, plecând de la un număr cât mai mic posibil de propoziții luate drept bune. În acest stadiu se recomandă maximum de rigurozitate şi abstractizare. Acest stadiu poate fi atins de unele persoane în ultimii ani de şcoală. (...)

Cercetările făcute pe cale logică (...) au eliberat mintea cercetătorilor din sclavia de veacuri a evidentului (…).

Lucrarea respectivă a fost tradusă şi publicată în limba română în 1970 la Editura Ştiinţifică sub titlul *Fundamentele geometriei euclidiene – H. G. Forder*, şi a avut un impact puternic în introducerea rigurozităţii matematicii în şcoli în jurul lui 1980. Dau un exemplu chiar din familia mea: din această carte s-a inspirat tatăl meu şi a lucrat atunci când a ajutat-o pe mama în pregătirea lecţiei despre relaţia de congruenţă, lecţie ce urma să fie transmisă la televizor în 1980.

Din citatele oferite mai sus se vede clar care era atitudinea de impunere a rigurozităţii din zona academică către dascălii şcolari, trataţi ca nişte fiinţe mediocre, rămase mult în urmă, demne eventual de milă (de mila marilor matematicieni). Se pierdea însă din vedere cu totul faptul că profesorii din şcoli sunt cei care formează gândirea matematică la viitorii studenţi, şi ei simţeau foarte bine că drumul ce se prefigura nu este sănătos. Se încerca ştergerea a milenii întregi de dezvoltare a gândirii matematice – matematica-proces – şi înlocuirea acesteia cu o adaptare a formei Hilbert – cu o matematică-rezultat.

Răspunsul de reacţie G2 nu s-a lăsat mult aşteptat, existând o bogată literatură şi în domeniu; cărţile lui George Polya sunt probabil cele mai edificatoare în acest sens.

Curentul reformator G1 a prins, de pildă, foarte puternic în Franţa anilor ’50 –’60, ţară cu care noi aveam afinităţi vechi, dar pe care le redescoperiserăm şi pe baze noi: ţinând cont de faptul că România comunistă şi-a redeschis în anii ’60 legăturile cu Franţa condusă de un guvern de orientare clar socialistă, mare parte din zbuciumul reformelor matematice franceze curgea şi înspre noi. Iată un exemplu găsit în lucrarea *Psihologia activităţii matematice* a lui *Eugen Rusu* (pag 111 – 114):

Matematica nu este reductibilă la matematica sistem logic. *(…) Axiomatica geometriei nu înlocuieşte geometria, construcţia axiomatică a noţiunii de număr nu înlocuieşte noţiunea cu bază intuitivă. (...) În ambele exemple (...) teoria veche a servit ca suport, ca inspiraţie pentru teoria modernă; (...) Poincaré a atras demult atenţia asupra acestei ierarhizări.*

“Să credem că matematica a atins rigoarea absolută fără a face sacrificii? Deloc; ceea ce a câştigat în rigoare, a pierdut în obiectivitate. Tocmai depărtându-se de realitate, ea a câştigat această perfectă puritate. (...) Există o realitate mai subtilă care dă viaţă fiinţelor matematice şi care e altceva decât logica”.

Psighologul E. Fischbein arată: “Descoperirea adevărului matematic se realizează printr-un proces mintal constructiv în care obesrvaţia, confruntarea, analogia, sinteza, experimentul joacă un rol tot atâta de important ca şi în ştiinţele naturii. Metoda axiomatică nu e ca un procedeu în sine, ci ca o verigă a mersului dialectic al cunoaşterii (...)”

Sublinierea acestor lucruri simple nu ar fi fost necesară acum 10 ani. Ea a devenit necesară astăzi (cartea este publicată în anul 1969) *ca reacţie împotriva poziţiilor înguste ale unora dintre modernizatori care au în vedere numai planul pur logic al matematicii. (…)*

O primă amputare gravă (a matematicii) *constă în a lăsa la o parte matematica-proces, pe plan psihologic sau istoric, şi a avea în atenţie*

numai matematica-rezultat. O a doua amputare se face asupra acesteia (a matematicii)*, reținând în atenție numai construcțiile pur logice, negându-le pur şi simplu pe acele cu o bază intuitivă. (...)*
Cine uită, cine neglijează? Tocmai unii din cei mai înalți specialişti, tocmai acei care au ajuns acolo sus, suindu-se pe nişte ramuri pe care acum cată a şi le tăia de sub picioare. Şi care vor să impună (...) ca la toate nivelele învățământului să se predea direct şi numai matematica strict logică (...)
Susțin modernizatorii extremişti că ceea ce e pur logic şî corect logic se poate înțelege. Iar pedagogii susțin nu numai că acest aspect este prea parțial față de bogatul fenomen al matematicii, util pentru cultură tocmai in complexitatea lui, ei susțin şi că aspectul logic, luat izolat nu se poate înțelege. (...)
Cât despre agresivitatea "lupilor tineri" din grupul reformiştilor al acelor vremuri, *Eugen Rusu* continuă:
(…) Mi s-a povestit că la un congres internațional de matematică, un tânăr matematician francez s-a împrietenit prin discuții pe marginea unor preocupări comune – evident, din domeniul matematicii ultramoderne – cu un tânăr matematician român. Acesta din urmă a folosit prilejul unor pauze ca să discute şi cu matematicieni francezi mult mai în vârstă, cu nume de mare prestigiu. Tânărul francez l-a luat într-o zi deoparte, ca să-i spună: de ce îți pierzi vremea stând de vorbă cu aceşti învechiți. (…)
Să vedem şi o luare de cuvânt din partea unor reprezentanți din grupul G1. Cum am precizat, lucrarea lui *H. G. Forder – Fundamentele geometriei euclidiene* a fost publicată în limba română în 1970. O urmare a acestei traduceri o reprezintă lucrarea *Fundamentele geometriei* (Ed. Didactică şi pedagogică, 1973), autori *N. N. Mihăileanu, M. Neumann*. Pe lângă titlul care spune totul cu referire la lucrarea lui *Forder*, merită să reluăm în prezenta expunere chiar prefața acestei lucrări:
Această lucrare se adresează în primul rând, profesorilor de matematici din învățământul de cultură generală cu scopul de a-i informa despre problemele axiomatizării geometriei. Indiferent de ideile ce se agită privitor le restructurarea învățământului matematic, subiectele dezbătute în această lucrare sunt mereu actuale, fiind strâns legate de esența temelor predate în clasă şi profesorul trebuie să aibă în toate chestiunile o cultură superioară elevilor.
Ca în orice redactare, nu lipsesc unele idei şi puncte de vedere personale ale autorilor, dar noi nu am urmărit să scriem o lucrare originală ci una didactică, cu demonstrarea tuturor afirmațiilor şi fără să recurgem la cunoştințe prealabile speciale.
Având în vedere că în literatura noastră de popularizare a ştiinței o astfel de lucrare lipseşte, considerăm că aducem un serviciu învățământului, oferind spre publicare aceste pagini, Editurii didactice şi pedagogice, în copul perfecționării cadrelor didactice.
Merită să aruncăm şi o scurtă privire asupra primei părți a acestei lucrări. Citām primele două pasaje din partea întâia de la cuprins:
PARTEA ÎNTÂIA. AXIOMATICA GEOMETRIEI CLASICE

Sistemul axiomatic al lui Hilbert: condițiile unui sistem axiomatic; eliberarea de intuiție; precursorii lui Hilbert; Hilbert; principii generale ale axiomatizării lui Hilbert (§6-7)……………………………………….8

Din cursul cărții luăm un singur pasaj, care este revelator pentru ductusul discuției de față. La pagina 5, în lista de la *§4 Lipsurile axiomaticii lui Euclid*, primul reproş este următorul:

a) Euclid defineşte egalitatea figurilor ca o coincidență a lor prin suprapunere. Dar această mişcare a lor de suprapunere nu este nicăieri definită. Deci egalitatea figurilor nu este fundamentată.

Sunt câteva puncte în citatele de mai sus din care deducem o poziție totuşi mult mai realistă decât a lui *Forder*: profesorii trebuie să cunoască aceste aspecte, dar nu cu scopul de a le prezenta la clasă.

O reacție mult mai vehementă, ca reacție la agresivitățile adepților axiomatizării matematicii şcolare, găsim peste zece ani la *Eugen Rusu,* care făcea parte clar din grupul tradiționalist G2, în lucrarea *Problematizare şi probleme în matematica şcolară* (Ed. Didactică şi pedagogică, 1978). Citām de la paginile 59-60:

Dacă în planul înalt al ştiinței pure şi al filozofiei matematica nu este reductibilă la axiomatică – deşi procesul de axiomatizare are o valoare incontestabilă – iar rigoare nu este absolută, cu atât mai mult în matematica şcolară trebuie pusă în valoare matematica vie – completă – trecerea de la o justificare la o demonstrație mai riguroasă trebuie înfățişată ca o ***problemă*** *şi, amplificând, trecerea de la teoreme la un sistem de teoreme, cu structură axiomatică, ca o problemă mai întinsă.*

Când lucrurile apar atât de clare încă din planul teoriei, mai este nevoie de ***experimentare****, mai putem risca o experimentare ce costă atât de mult?*

O astfel de experiență a fost făcută în Franța (dar a fost mai mult sau mai puțin proiectată şi schițată practic şi în alte țări). Nu ne îngăduim să criticăm situații din afară, dar, şi în planul educației, schimburile de idei au devenit atât de active, încît putem cunoaşte aceste experiențe şi trage, pentru noi, unele concluzii.

Avem în față două articole publicate într-o revistă de largă circulație, (…).

"Axiomele nu dezvăluie adevăratul sens decât pentru acel care cunoaşte deja în mod temenic obiectele şi relațiile unei teorii. Axiomatica nu este decât faza finală a unei teorii încheiate, cercetarea condițiilor minimale din care decurge logic această teorie. Putem deci să ne ridicăm împotriva caracterului apriori al axiomelor date fără motivație în clase elementare (...). Nimic nu arată din fața ascunsă a matematicii, din fața intuitivă, inductivă, din tatonările care au condus la axiome. Stranie atitudine pentru un învățământ care se pretinde nedogmatic" [E. Rusu citează din *Renaud de la Taille, Math. "modernes" les raisons logiques d'entrer la réforme,* din Science et Vie, martie 1972 şi *Reformes des math.: pourquoi l'echer,* din Science et Vie, noiembrie 1973].

"…Când spun geometrie, atragem atenția că reformiştii au golit acest cuvânt de înțelesul lui obişnuit. Nu mai e vorba de a studia plane, triunghiuri, volume, suprafețe, ci structuri algebrice care au caracterele unor forme ale geometriei".

Rezultatul?

G. Choquet, profesor la universitatea din Paris, după ce mărturiseşte "am fost unul dintre promotorii reformei" spune textual "generația actuală a şcolarilor noştri va primi o formație matematică ce nu o pregăteşte nici pentru cercetarea matematică nici pentru utilizarea matematicii în tehnică".
Analog, D-na Lelong-Ferrand, prof. univ. la *Paris "un învățământ tot atât de îndepărtat de realitate ca şi de adevărata matematică".*
În termeni şi mai alarmați, Acad. J. Leroy: "un învățământ dement (...) pune în pericol tehnica şi ştiința franceză".
Am amintit aici aceste articole scrise de pe poziții filozofice sau în confruntarea cu o experiență elocventă numai pentru a întregi conturul problemei şi pentru acei – puțini – reformişti ai învățământului, lipsiți de un contact autentic cu el.
Pentru acei care activează în mod conştient în învățământ şi, în primul rând, pentru acei care fac un învățământ axat pe problematizare, spre care toți înclinăm în mod natural chiar înainte de a auzi de teoria pedagogică respectivă, argumentele decisive nu sînt nici în teorii, nici în experiențele altora, ele sînt oferite de faptele vii. A problematiza înseamnă a urmări cum elevul descoperă treptat implicații logice, teoreme şi cum, într-o fază superioară caută a le adânci şi sistematiza, înseamnă a stimula şi sprijini acest proces de gândire viu.
Citatul din *Eugen Rusu*, de la sfârşitul anilor '70 ne evidențiază şi mai clar războiul din culise, la nivel înalt, din anii '60 – '70, între grupurile G1 şi G2 din România.
Academicianul *Nicolae Teodorescu*, preşedintele SSM (Societatea de ştiințe matematice din România) a încercat, se pare, prin poziția adoptată să găsească o linie pacifistă, prin care să sprijine grupul trdiționalist G2, dar cu un aer clar de modernizare, adus de peste ocean, prin *Laboratorul de matematică*. În acest sens dânsul a şi coordonat lucrări pentru mediatizarea noii metode: *Laboratorul de matematică* (Ed. Didactică şi pedagogică, 1973), autori Acad. *N. Teodorescu, Prof. emerit Gh. N. Rizescu, Asistent B. Ionescu* şi *Prof. D. Ogrezeanu;* dar şi *Matematica în Liceu, Culegere de articole metodice şi ştiințifice- partea a II-a* (editată de către SSM, 1976).
Din păcate, efectul de intenție al modernizatorilor G1 a prins ca un virus în România, acest virus aşteptând în stare latentă, pe parcursul acelor ani, ca să apară ocazia propice pentru a lovi şi a cucerii matematica şcolară.
Deşi curentul reformator G1, susținător al rigurozității axiomatice, venea din vest, el şi-a găsit în curând un aliat pe măsură într-un alt curent de preocupări matematice venit dinspre "marele prieten de la răsărit".

Olimpiada de matematică

Concursurile de matematică pentru elevi aveau o tradiție puternică la noi, primele concursuri pentru rezolvări de probleme apărând în România la sfârşitul sec. al XIX-lea. Dar nu numai la noi aveau loc concursuri ale rezolvitorilor de probleme. Conform lucrării *Olimpiadele Internaționale de Matematică – E. A.Morozova, I. S. Petrakov, V. A. Skvorțov*, tradusă din limba rusă de *Corneliu Vlădoreanu* şi apărută în 1978 la Editura Tehnică, în U.R.S.S. au avut loc primele olimpiade în 1934 şi 1935 la

Leningrad respectiv Moscova. Următoarele informații sunt extrase tot din această lucrare.
Prima olimpiadă internațională de matematică a fost organizată de România în timpul "ocupației sovietice" între 23 – 31 iulie 1959 în Braşov şi Bucureşti (pe vremea respectivă Braşovul se numea încă *Oraşul Stalin*), din inițiativa *Societății de Ştiințe Matematice* şi a Ministerului Învățământului (fiind inițial organizată ca Olimpiadă de Matematică şi Fizică).
A doua olimpiadă internațională de matematică a fost organizată tot în România între 18 – 25 iulie 1960 în Sinaia şi Bucureşti. La primele două ediții locul întâi a fost obținut de elevi din România, Cehoslovacia şi Ungaria.
La primele patru ediții au participat elevi din Bulgaria, Cehoslovacia, Republica Democrată a Germaniei, Polonia, România, Ungaria, U.R.S.S. şi Vietnam. Apoi au mai apărut Iugoslavia şi Mongolia, şi o participare ciudată la a şaptea ediție a Finlandei. Următoarela țări organizatoare au fost Ungaria în 1961, Cehoslovacia în 1962, Polonia în 1963, U.R.S.S. în 1964, R.D.G. în 1965, Bulgaria în 1966, Iugoslavia în 1967, a zecea ediție iar în U.R.S.S. în 1968, din nou în România în 1969, Ungaria în 1970,Cehoslovacia în 1971, Polonia în 1972, U.R.S.S. în 1973, R.D.G. în 1974, Bulgaria în 1975.
Cu excepția amintită, la primele opt ediții au participat doar țări din blocul comunist. Lor li s-au alăturat la ediția a noua organizată de Iugoslavia în 1967 primele țări capitaliste: Anglia, Franța, Italia şi Suedia. Cu timpul au mai intrat în joc Austria, din nou Finlanda, Olanda etc. În 1971 s-a înscris Cuba. Statele Unite ale Americii s-au înscris prima dată în 1974. Prima țară necomunistă care a organizat olimpiada a fost Austria în 1976 (ştim totuşi că Armata Roşie a zăbovit ceva mai mult în Austria după terminarea războiului, aşa că este de înțeles deschiderea respectivă). În 1977 a fost în Iugoslavia, iar pentru a douăzecea ediție – în 1978 – olimpiada s-a întors din nou acasă în România la Bucureşti şi Buşteni.
De la a treia ediție țara noastră s-a mai găsit sporadic între fruntaşi, la edițiile V, VIII, IX, X, XIV, XVI, XX (lucrarea sus amintită prezintă datele până la a XX-a ediție, dar sunt sigur că datele respective pot fi găsite şi în alte surse).
Chiar dacă sunt de prisos, să încercăm totuşi câteva comentarii pe seama acestor date seci. Este evident rolul special şi implicarea României în acest concurs. Avem un adevărat cult al olimpiadelor, iar în acest sens olimpiada internațională reprezintă cu adevărat Olimpul viselor oricărui profesor de matematică. Domnul Emil Constantinescu, pe vremea când era Preşedintele României a comentat chiar că "Nu cunosc să existe o olimpiadă intergalactică de matematică, dar dacă s-ar ivi ocazia, sunt sigur că românii ar fi primii care s-ar oferii să o organizeze". Şi avea dreptate. Obsesia noastră pentru olimpiadele de matematică şi mândria de a avea "atâția olimpici" ne suceşte mințile când vine vorba de conținutul programelor şcolare şi al examenelor adresate maselor. Vom vedea mai târziu la ce a dus această isterie atunci când a ajuns să influențeze politica ministerului. Iar învățământul nostru nu a scăpat nici acum de obsesia clasificării profesorilor după "rezultate la olimpiade şi alte concursuri şcolare".

O a doua observație pertinentă legată de olimpiadele internaționale este că acestea au fost inițial o afacere internă a blocului comunist, intrând în categoria metodelor de demonstrare a superiorității orânduirii socialiste asupra celei capitaliste.
De ce trebuie evidențiat profesorul cu participări la olimpiadă, iar celălalt nu? În țara noastră, începând din anii ’80 olimpiadele au devenit un motiv în plus de asuprire a profesorilor, metodă care din păcate nu a dispărut odată cu abolirea comunismului. Introducând criteriul rezultatelor la olimpiade ca cerință supremă, sistemul îi putea domina mult mai uşor pe toți cei care nu aveau “rezultate”: acestia reprezentau marea majoritate şi toți, ştiindu-se “cu musca pe căciulă”, erau foarte docili. Astfel, olimpiadele au jucat în şcoli rolul asupritor al planurilor de producție impuse “de sus”, în industrie şi agricultură.
La sfârşitul anilor ’70 bătălia de la olimpiadele internaționale de matematică se dădea între ruşi şi americani, ajungând, la fel ca în olimpiadele sportive, la nivelul războiului rece. Era evident că România pierduse de mult supremația în domeniu. Trebuia făcut ceva! Astfel, tovarăşa Suzana Gîdea, la indicațiile prea-prețioase venite de sus de tot, a hotărât că era nevoie de creşterea nivelului matematicii din şcolile noastre. Iar aceasta s-a văzut dureros în schimbările pornite la finalul anilor ’70.

Reforma “din 1980”

În gimnaziu, de exemplu, la vârsta la care se formează adevărata gândire matematică, în anii ’70 aveam la geometrie manualele lui *A. Hollinger* la clasele VI – VIII, iar la aritmetică–algebră la clasele VI – VII manualele lui *Eugen Rusu*, amândoi metodişti de excepție; la clasa a VIII-a am învățat după manualul de algebră (tipărit în 1980, dar aprobat în 1967) al profesorilor *Ivanca Olivotto, Constantin Ionescu-Bujor, Ion Giurgiu*. În plus, după cum am amintit, elevii lucrau la zona de calcule aritmetice sau algebrice mai ales din culegerea lui *Grigore Gheba*. Elevii mai buni la matematică erau orientați spre *Gazeta Matematică*. Toată lumea înțelegea matematica, lucra cu bucurie şi era fericită. Aceasta până când s-a trezit să intervină conducerea “de Partid şi de Stat”, care dorea cu orice preț din nou rezultate la vârf la olimpiadele internaționale de matematică.
Acesta a fost momentul când “olimpiştii” s-au aliat cu “modernişti universitari” adepți ai axiomatizării din curentul G1, preluând puterea în matematica şcolară românească. Aceştia şi-au împărțit pur şi simplu în mod prietenesc timpul orelor de matematică, deşi interesele lor erau cu totul diferite. Însă aveau în comun un adversar puternic: tradiția de predare naturală şi sănătoasă prin problematizare pe care o stăpâneau majoritatea profesorilor. Mie personal, acest moment îmi aduce aminte de pactul Ribbentrop- Molotov de împărțire a Europei.
De exemplu, la geometrie a fost însărcinat cu redactarea unor noi manuale profesorul K. Teleman de la Universitatea din Bucureşti, un matematician universitar extrem de avansat. Introducerea manualelor sale au fost însă rapid abandonată, deoarece erau mult peste nivelul posibil de aplicabilitate la clasă, mult peste nivelul de înțelegere al elevilor de gimnaziu. Ne putem închipui doar decepția ce trebuie să o fi trăit acest profesor eminent ce a fost pus să redacteze manuale la un nivel matematic mult prea scăzut

pentru dânsul. Aceeaşi soartă au avut-o şi manualele sale de liceu; *manualul de geometrie pentru clasa a IX-a* (Ed. Didactică şi pedagogică 1978), autori *K. Teleman* plus *M. Florescu, C. Rădulescu, D. Moraru şi E. Stătescu*, arată ca o copie a unui manual universitar.

Acest manual de clasa a IX-a nu are prefață, dar are o *Introducere* de 2,5 pagini şi o listă cu *Notații folosite*, lungă de 1,5 pagini, respectivele părți arătându-ne cât este acest manual de "serios" față de cele precedente. Introducerea oferă o scurtă prezentare a istoriei matematicii, "de la Adam şi Eva până azi", în care Teleman etalează în sprijinul său toată pleiada de mari nume, de la Thales şi Pitagora până la Țiţeica şi Lalescu, concluzionând în ultimul rând într-un mod euforic: *Geometria se dezvoltă astăzi, în țara noastră, la nivelul ştiinței mondiale.*

Iată lista completă a numelor de matematicieni pe care Teleman a găsit de cuviință a-i include în această scurtă trecere în revistă a istoriei matematicii (pe care trebuiau să o citească cine, elevii sau profesorii?):

Thales, Pitagora, Aristarc, Eudoxius, Teetet, Platon, Aristotel, Euclid, Arhimede, Apollonius, Hypsikles, Menelaus, Claudius Ptolemeu, Pappus, Muhamed Alchwarizmi, Albatami, Abul Wafa, Leonardo da Vinci, Tartaglia, Albrecht Dürer, François Viète, Nicolaus Copernic, Girard Desargues, Rènè Descartes, Blaise Pascal, Giovanni Ceva, Wilhelm Leibnitz, Robert Simpson, Matthew Stewart, L. Euler, D. Hilbert, Gh. Lazăr, Spiru Haret, Gh. Țiţeica, D. Pompeiu, Traian Lalescu, Dan Barbilian. Şi, reamintesc, aceasta în doar 2,5 pagini, ce-i drept scrise mai mărunt. Dacă ar fi să expunem o umilă părere personală, nu înțeleg cum de l-a omis pe marele Newton!

Manualul de geometrie şi trigonometrie de clasa a X-a, de aceeaşi autori, are în schimb la început o jumătate de pagină mult mai pertinentă despre cum trebuie înțeleasă şi învățată matematica, urmată apoi de cunoscuta parte de *Notații folosite* (tocmai se schimbaseră notațiile, dar nu toate: de pildă se păstra în continuare notația unghiului "cu acoperiş"). Prezentăm câteva pasaje din aceste *Indicații Generale*, revenite clar "cu picioarele pe pământ":

S-a căutat ca obiecte diferite să fie notate diferit, pentru a se evita confuzii. Astfel se face deosebire, în formulări şi prin notații, între dreapta definită de două puncte, între segmentele închis şi deschis având aceste puncte ca extremități şi între distanța dintre aceleaşi puncte (care este egală prin definiție cu lungimea segmentelor menționate). (...)

Unele demonstrații bazate pe raționamente logice pot fi înlocuite, din motive metodologice, prin demonstrații practice. Acestea se vor face prin desene sau modele îngrijit executate. Se recomandă ca demonstrațiile practice să însoțească şi unele demonstrații logice. (...)

O altă întâmplare, o experiență relativ personală, ne poate completa imaginea despre profesorul Teleman, de data asta la nivelul gândirii sale despre geometria gimnazială. În preocupările mele căutarea unor diferite demonstrații ale teoremei lui Pitagora a ocupat un loc deosebit. În căutările mele, desigur că am dat peste lucrarea lui *Mihu Cerchez – Pitagora (Ed. Academiei RSR, 1986)*, în care sunt prezentate 24 de demonstrații diferite, inclusiv una cu funcții trigonometrice şi una cu vectori, dar cele mai multe sunt cu asemănare, cu arii şi formule de calcul prescurtat sau cu arii şi tapetări. În manualul său pentru clasa a VII-a

Profesorul Teleman a dat o demonstrație folosind puterea punctului față de cerc! Ne putem închipui ce schimbări de ordonare a materiei a trebuit să facă pentru a putea permite prezența unei astfel de demonstrații.
Cu manualele rezultate la gimnaziu nu s-a putut lucra şi au trebuit repede înlocuite cu altele. Din păcate, nu s-a făcut pasul înapoi la cele ale lui Hollinger. Acestuia i s-a mai permis o singură replică (cine ştie de ce, poate din respect pentru câte făcuse în trecut?): Culegerea *Probleme de geometrie (Ed. Didactică şi pedagogică, 1982)*, care cuprinde toate problemele şi metodele de lucru ale profesorului *A. Hollinger*. Prefața culegerii redactată în 1981 se întinde pe trei pagini; redăm aici doar prima pagină, dar recomandăm cu drag lecturarea întregului text:
Lucrarea de față are ca punct de plecare o anumită idee despre predarea geometriei în şcoala generală.
Dacă la aritmetică şi algebră elevul mijlociu îşi însuşeşte, cel puțin un minim de cunoştințe şi este capabil să le aplice, sunt foarte mulți elevi care nu se aleg cu aproape nimic din tot ce li se predă la geometrie. Este adevărat că există o deosebire esențială între formele de activitate care se cer elevilor la aceste două părți ale matematicii: la prima predomină aspectul algoritmic, iar la a doua raționamentul. Totuşi consider că această inegalitate a rezultatelor se datoreşte şi modului de predare. La aritmetică şi algebră, ca elevul să-şi însuşească un lucru oarecare, ele este pus să-l repete de foarte multe ori. De exemplu, ca să învețe regula de trei simplă, elevul este pus să rezolve multe probleme care diferă doar prin semnificația concretă a numerelor; (...) La geometrie, însă, după ce i se predă o teoremă sau un grup de teoreme, se trece imediat la probleme complexe în care elevul regăseşte cu greu situația simplă, schematică a figurii care s-a folosit atunci când s-a predat teorema respectivă. Ideea despre care am spus că m-a determinat să alcătuiesc aceste Exerciții *este de a folosi în predarea geometriei o metodă asemănătoare cu cea folosită la aritmetică şi algebră, şi anume de a propune elevilor numeroase exerciții simple, chiar foarte simple în comparație cu cele uzuale. Prin aceasta elevul se obişnuieşte treptat cu diferite situații şi urcă în pantă lină la probleme complexe. Astfel de exerciții nu prea există în cărțile pe care le cunosc; le-am compus. Pentru a da muncii elevului un ritm mai viu, am dat de cele mai multe ori şi figura, ca elevul să poată trece imediat la rezolvare; ele sunt gândite ca un fel de exerciții orale. (...)*
Ceea ce nu este scris acolo, dar se poate citi printre rânduri, este dezamăgirea profundă, aproape disperată a profesorului Hollinger față de inepțiile pe baza cărora au fost construite noile manuale.
Căderea – chiar decăderea – a fost evidentă: dacă din manualele lui Hollinger înțelegeau toți elevii cu o inteligență bună, odată cu schimbarea manualelor numărul celor care mai făceau față geometriei a scăzut drastic. Iată o întâmplare în acest sens, ce mi-a fost povestită de o fostă profesoară de geometrie din facultate. Dânsa avea doi băieți, unul în generația noastră (care învățase deci şi el din manualele lui Hollinger) şi unul cu doi ani mai tânăr. Acest al doilea fiu era deosebit de puternic la matematică. D-na profesoară mi-a relatat o discuție cu al doilea fiu al său, din perioada când acesta începuse geometria la şcoală (clasa a VI-a, pe noile manuale), el fiind elev la unul din liceele de vârf din Cluj. Dânsa l-a întrebat cum se descurcă la geometrie, iar acesta i-a răspuns că *Bine!* Apoi a plecat la el în

cameră, dar s-a întors imediat cu o completare: *Mamă, da' numa' doi suntem în toată clasa care înțelegem la geometrie!*
Autorii acestor manuale noi de gimnaziu (începând din 1979) erau *Ion Cuculescu* şi *Constantin Ottescu.* Ar fi absurd să-i incriminăm pe cei doi, deoarece ei au făcut tot ce era posibil în cadrul noilor programe şi orientări. Prezentăm în acest sens prefața manualului din 1979, prefață ce arată foarte clar zbuciumul acelor ani şi al acelor profesori prinşi în lupta ideologică dintre cele două mari "grupuri de interese matematice", numite în aceste pagini G1 şi G2. Aceşti profesori înțelegeau pe deplin, credeau cu adevărat în nevoile şi criteriile de ordin metodico-didactic "dăscăleşti" vechi, dar erau numiți "de sus" a implementa noua politică matematică riguros axiomatică. Iată deci extrase din prefața acestui manual:
Această carte se adresează tuturor şcolilor. Este un manual unic. Desigur că în funcție de nivelul fiecărei clase profesorul o va folosi în mod diferit.
Noi am căutat să reducem la minimum numărul de teoreme numerotate, ce le-am socotit obligatorii în orice caz.
De un mare ajutor în rezolvarea de probleme ar fi fost ca enunțurile unor probleme propuse să fie considerate şi ele ca teoreme, pentru a putea fi folosite mai departe. Am indicat o listă de astfel de teoreme la pag. 116-118, iar în text aceste probleme apar scrise cu litere mai groase. Desigur că rămâne ca profesorul să decidă, cu discernământul corespunzător, în ce măsură teoremele din această listă şi eventual altele să devină obligatorii a fi ştiute de elevi pe parcursul lecțiilor.
Noi nu am insistat pe definițile diferitelor noțini ca bisectoare, mediană etc., deoarece considerăm că este bine ca elevii să-şi însuşească în primul rând obişnuința de a raționa. La sfârşitul cărții dăm un index cu ajutorul căruia se poate găsi pagina unde figurează în carte definiția noțiunii corespunzătoare. Tot profesorului îi revine a decide când trebuie să memoreze elevul fiecare din aceste definiții (...).
În acest manual am urmărit să dăm, pe lângă textul matematic propriu-zis, şi scurte explicații asupra felului cum trebuie el folosit de către elevi, adresate într-un limbaj cât mai familiar şi direct, deosebit de cel al teoremelor, demonstrațiilor etc. (...)
Despre geometrie axiomatică, geometrie neeuclidiană, geometrie exprimată în limbajul mulțimilor se vorbeşte mult în ultima vreme în liceu. Am căutat în partea III să lămurim ce înseamnă aceşti termeni. Neexistând o experiență didactică de predare a acestor noțiuni, am considerat nimerit ca partea a III-a să fie facultativă; (...) Nu trebuie uitat însă că numai unul din scopurile cercului de elevi îl contituie informarea asupra unor capitole necuprinse în programa obligatorie; alt scop, foarte important, este perfecționarea pregătirii elevilor în vederea Olimpiadelor de matematică, scop ce se realizează în primul rând rezolvând probleme (şi aprofundând demonstrațiile teoremelor) pentru care nu a fost timp suficient la orele de clasă.
Cele trei aspecte cărora le este dedicată partea a III-a formează o unitate indisolubilă. De exemplu, necesitatea de prezentare axiomatică a geometriei este " prețul ce-l plătim" pentru a putea intra în lumea geometriei neeuclidiene (şi în alte asemenea "lumi"). (...)
Se poate simți la un moment dat şi o urmă de neînțelegere între aliații învingători în acest război, adepții axiomatizării timpurii, respectiv

olimpiştii. Rămâne în sarcina noastră să reuşim să citim şi “printre rânduri”, pentru a putea deduce atmosfera acelor vremuri, presiunea la care erau supuşi autorii, să simțim ce doreau ei să corecteze față de vremelnica încercare a lui Teleman etc.

De pildă, se simte un mic gând cu iz de atac la adresa impulsului de a da tot ce-i nou sub formă de definiții (o urâtă apucătură venită din lumea axiomatizantă a unor matematicieni, urmaşi în sufletul lor ai lui Hilbert, ce se cred mici dumnezei, creatori ai unor lumi noi).

Manualul are trei părți şi se vede “de la o poştă” strădania acestor autori “de a împăca şi capra şi varza”, de a parcurge cu elevii un drum ce pare imposibil, anume a-i ridica într-un singur an şcolar de la nivelul zero la nivelul de geometrie axiomatică. Cele trei părți sunt: *Partea întîi – CELE MAI SIMPLE FIGURI GEOMETRICE, Partea a doua – GEOMETRIA BAZATĂ PE JUDECATĂ (RAȚIONAMENT), iar în final, ca opțional, Partea a treia – ELEMENTE DE GEOMETRIE AXIOMATICÂ.*

Iată şi o observație particulară: în acest manual apare renumita definiție a interiorului unui unghi ca intersecție a două semiplane, definiție ce a făcut imposibilă studierea în continuare a unghiurilor supraobtuze (mai mari de 180^{o}), cât şi a patrulaterelor concave, în particular şi a deltoidului.

O analiză mai detaliată a acestui manual, cât şi a următoarelor, cele de clasa a VII-a şi a VIII-a redactate de aceaşi autori ar elucida şi mai bine caracterul năucitor al reformei “din 1980”. O astfel de analiză depăşeşte însă obiectivele prezentului eseu. Acelaşi lucru este valabil şi în legătură cu manualele de aritmetică şi algebră.

De notat faptul că noile manualele au fost verificate în acea perioadă doar pe un eşantion de şcoli (poate doar în Bucureşti?), elevii din restul țării mergînd în continuare pe manualele de gimnaziu vechi ale lui Hollinger, Rusu şi Olivotto (mulțumesc Lui Dumnezeu, acesta a fost cazul generației mele, care am terminat clasa a VIII-a în 1981).

Şi la liceu se schimbaseră manualele, ceva mai repede, la sfârşitul anilor ’70, dar aici, cel puțin la geometrie, nu s-a simțit nici o “cădere în gol”, în primul rând datorită faptului că elevii erau mai maturi şi erau oricum la a doua întâlnire cu materia, prima având loc prin manualele cu predare intuitivă lui Hollinger. Deşi nu era necesară, măcar la această vârstă elevii mai pricepeau câte ceva din predarea riguros axiomatică a geometriei.

Noi nu am simțit la liceu un şoc puternic nici pentru că la acest nivel au câştigat cursa pentru manualele naționale echipa de la Cluj, condusă de către doamna profesoară Mariana Răduțiu. “În țară” nu s-a simțit scurtul cutremur generat de manualele lui Teleman, deoarece acestea nu au apucat să fie introduse pe scară națională. Suntem în posesia unui manual de clasa a X-a varianta Teleman din anul 1981, dar noi nu am învățat la şcoală din acestea chiar dacă am mers în ‘81 la liceu.

Iată ce cunosc despre celălalt manual, cel redactat la Cluj şi pe care l-am primit ca elev în clasa a IX-a, *Manualul pentru clasa a IX-a, Geometrie şi trigonometrie*, autori *Augustin Coța, Marta Radó, Mariana Răduțiu* şi *Florica Vornicescu*, elaborat pe baza programei din 1980. Să citâm în continuare câteva rânduri din prefața de două pagini a acestui manual, elemente ce confirmă gândurile prezentate până în acest moment.

În multe țări, printre care şi în țara noastră, s-a trecut la predarea axiomatică în liceu.

Se pune întrebarea: ce fel de axiome să stea la baza manualului de Geometrie pentru clasa a IX-a?
Ţinând cont de dificultăţile conceptuale şi tehnice legate de axiomatica lui Hilbert, s-au propus şi s-au pus în aplicare, în diferite ţări, variate sisteme de axiome, mai accesibile pentru elevi. (…)
Dintre toate acestea am adoptat axiomele lui G.D. Birkhoff în varianta lui E. Moise cu mici modificări, criteriile noastre fiind următoarele:
a) menţinerea unui paralelism între nivelul abstract şi cel concret al gândirii;
b) reflectarea şi posibilitatea interpretării cunoştinţelor cât mai direct în realitatea fizică;
c) asigurarea unui grad sporit de accesibilitate;
d) posibilitatea participării active a elevilor la lecţii;
e) integrarea cunoştinţelor de geometrie în ansamblul învăţământului matematic;
f) valorificarea tradiţiilor învăţământului matematic din ţara noastră.
(...) Este clar că pentru începători problema independenţei axiomelor se situează pe ultimul plan. Totuşi menţionăm că axiomele noastre sunt independente, ceea ce nu înseamnă însă că nu pot fi înlocuite cu axiome mai slabe. (…)
Echipa respectivă, la care s-au adăugat doamnele *Ecaterina Kürthy* şi *Elena Felicia Popa*, a redactat şi manualul corespunzător pentru clasa a X-a., cel de *Geometrie şi trigonometrie*. Echipa a lucrat sub supravegherea ştiinţifică a Profesorului *Francisc Radó* de la Facultatea de matematică clujeană.
La momentul când au trebuit să predea manuscrisul la verificat, au constatat că existau de fapt cinci echipe ce fuseseră însărcinate în paralel cu redactarea unui manual. Ulterior, după trei luni, au fost anunţaţi că manualul lor a fost ales şi au fost rechemaţi la Bucureşti pentru a fi informaţi despre micile modificări ce mai trebuiau făcute.
Introducerea axiomaticii a lovit însă mai ales geometria sintetică, geometria formatoare de gândire. La algebră pagubele nu au fost la fel de mari, cu o singură excepţie notabilă: introducerea numerelor complexe, la care vom reveni mai pe larg.
La începutul anilor ‘80 Academicianul *Nicolae Teodorescu* scria *Cuvântul introductiv* lucrării *Retrospectivă matematică* de *Titus Popescu* (Editura Litera, 1982), atingând subiectul respectivei reforme:
(...) o bună parte din matematicieni, cercetători, specialişti şi chiar profesori, (...) sînt tentaţi să creadă că matematica valabilă începe cu cuceririle anilor revoluţiei şi mai ales cu cele ale revoluţiei structurale. Se vorbeşte cu superioritate şi cu o umbră de dispreţ despre clasic şi modern, cu semnificaţiile de vechi şi nou, refuzîndu-se sau acceptîndu-se numai de nevoie ceea ce se califică drept clasic, deci anterior revoluţieişi formulat în limbaje demodate.
Este o greşeală care marchează şi o lipsă de recunoştinţă faţă de ce s-a înfăptuit de înaintaşi şi care a condiţionat şi a permis însăşi acumulările cantitative covârşitoare, indispensabile producerii saltului calitativ.
Există, însă, în ultimii ani, o tendinţă care se orientează spre reconsiderarea trecutului îndepărtat sau recent, (...).

Tot ce-am spus despre matematică în aceste pagini poate fi regăsit şi la celelalte materii ştiinţifice (avem şi manuale de fizică pe care le-am studiat în acest sens). Probabil însă că cea mai dură atitudine, pe lângă matematică, a avut-o biologia, prin introducerea formei ştiinţifice absolute începând din clasa a V-a.
Despre reforma din 1980 am tratat doar aspectul schimbării manualelor. Mai exisă însă şi alte aspecte înrudite ce trebuiesc lămurite. Nu s-au schimbat doar manualele, ci şi modul de abordare a lecţiilor. Tratarea axiomatică a materiei a făcut ravagii în matematică. La examenele profesorilor (definitivat, gradul II, ocupare de posturi etc.) se dădeau obsesiv elemente din introducerea axiomatică a geometriei. Autorităţile nu au mai fost interesate dacă profesorii ştiu să predea o lecţie astfel încât elevii să o înţeleagă, ci dacă profesorii o stăpânesc din punct de vedere axiomatic şi o predau teoretic ca atare.
Se vede că al doilea aspect decurge din primul: predarea de până atunci, specifică şi adaptată în decurs de zeci de ani fiecărei vârste şcolare, era înlocuită cu o predarea de sorginte academică. Dacă până în anii ’70 profesorul creea lecţia împreună cu elevii, existând la oră un permanent dialog şi o reglare a nivelului lecţiei, în noua predare profesorul trebuia pur şi simplu să turuie lecţia cât mai riguros, *ca la carte*. Şi actualmente, profesorii de matematică predau atât de riguros, în ordine şi limbaj, ca şi cum în spatele clasei ar fi o cameră de luat vederi conectată la inspectorat. Această stare este urmare a “vânării” în anii ’80 a profesorilor care nu predau riguros. Şi în anii 2000 la discuţiile după o lecţie deschisă se mai trezea câte un îngâmfat care să critice profesorul în cauză pentru cine-ştie-ce derapaj din chingile rigurozităţii oficiale.
Să luăm un singur exemplu în acest sens şi să ne amintim cât de greu s-au dezobişnuit profesorii de *unghiul plan corespunzător diedrului dintre planele….* De-abia după 2000 a început să se scrie în subiectele oficiale *unghiul diedru dintre planele….* În aceeaşi categorie intră şi obsesia încă valabilă de a numi planele în clasa a VIII-a doar cu trei puncte, fiind considerat un sacrilegiu scrierea unui plan cu patru puncte (o scriere de felul (ABCD) || (A’B’C’D’) într-un cub). Şi exemplele în acest sens pot fi date la nesfârşit. Oare cum de am priceput geometria noi, cei care am învăţat înainte de 1980 din manualele profesorului Hollinger, atunci când scriam $\sphericalangle A = 60^\circ$ în loc de mult mai riguroasa scriere $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$? La noi intersecţa a două drepte, de exemplu a diagonalelor unui trapez, se scria $AC \cap BD = O$, pe când ca profesor nu aveam voie să scriu decât varianta $AC \cap BD = \{O\}$ corectă prin prisma teoriei mulţimilor. La copil nu se mai gândea nimeni, la faptul că el nu gândeşte prin prisma teoriei mulţimilor, ci el ştie că *intersecţia a două drepte este un punct*.
Dar nu numai rigurozitatea pentru noul limbaj – vorbit şi scris – a fost greu de suportat de către profesori, ci şi schimbarea ordinii de predare a unei lecţii. Cel mai bine vom înţelege dacă vom analiza predarea unei lecţii de fizică (pentru că nu doar matematica a fost lovită de urgia reformei din 1980, aşa cum am mai spus, ci mai toate disciplinele şcolare).
Forma naturală a unei lecţii de fizică este următoarea:
Faza I: efectuarea şi observarea unui experiment;
Faza a II-a: explicarea fenomenului şi deducerea legităţii;
Faza a III-a: enunţarea legii urmată de probleme aplicative.

Forma academică introdusă în anii ’80 a fost una exact opusă:
Partea I: Titlul şi enunțarea legii;
Partea a II-a: explicarea acesteia “pe sec” iar apoi, povestirea unui experiment în care “se aplică” legea proaspăt învățată. Pentru experimentul pe viu nu mai era timp.
Dacă în prima formă sunt antrenate intuiția şi capacitatea de a sintetiza din experiment o legitate, în varianta a doua de predare se urmăreşte doar capacitatea elevului de a stoca o teorie. Este evident că şi cercetătorii care au descoperit inițial teoria respectivă au mers pe prima variantă de drum. Doar cineva care nu a făcut niciodată cercetare adevărată şi nu s-a aventurat niciodată cu gândurile în necunoscut poate susține că forma a doua este corectă şi potrivită elevului din preuniversitar. La facultate lucrurile pot sta altfel, deşi tot forma originală este şi aici mai logică. **Varianta a doua este potrivită doar la reluarea, la parcurgerea a doua oară a unei materii**. La matematică lucrurile stau similar, dar diferențele sunt mai subtile. S-a ocupat de aceste foarte intens profesorul Eugen Rusu în lucrările sale din anii ’60-’70.
Din păcate în anii ’80 stilul de materie riguroasă, matură, specifică oarecum liceului, a alunecat uneori puternic în gimnaziu, le elevii aflați la primul contact cu materia, făcând ravagii printre aceştia. Şi totul doar cu scopul dopării olimpicilor pentru a aduce din nou cât mai multe premii țării noastre.
Nu merită să prezentăm în aceste pagini vreo statistică cu revigorarea situației premiilor la olimpiadele internaționale (plus cele balcanice şi multe altele), dar ştiu că Ceauşescu făcea la vremea respectivă orice pentru a ne dovedi superioritatea sistemului său de socialism. Chiar a fost în stare să încalce boicotul Uniunii Sovietice, urmat de toate țările socialiste satelite, de a nu participa la Olimpiada din 1984 de la Los Angeles (boicotul respectiv a avut loc datorită boicotului american în legătură cu participarea la Olimpiada din 1980 de la Moscova, datorită invadării Afganistanului de către sovietici). Hotărârea s-a dovedit briliantă, în lipsa marilor concurenți (URSS, RDG etc.) România ocupând la sfârşitul Olimpiadei de la Los Angeles locul trei pe națiuni, după SUA şi Republica Populară Chineză.

Entuziasmul postrevoluționar

Suntem obişnuiți să privim sub prisma cuvântului *istorie* doar evenimente petrecute cu mult timp în urmă, iar întâmplările din 1989-1990 ne par unora încă prea aproape de a fi incluse în categoria celor istorice. Atenționez însă că a trecut de atunci deja <u>un sfert de secol</u>, adică foarte mult timp, şi că pentru mulți dintre noi lucrurile au şi aici aceaşi aură de necunoscut ca şi la cele dinainte.
Momentul 1990 şi perioada imediat următoare, ar fi trebuit să fie punctul de cotitură, punctul de analiză a ceea ce se face, ce ar trebui făcut şi ce ar trebui lăsat deoparte în matematica şcolară. În alte țări care părăseau linia comunistă aşa s-a făcut. Din păcate la noi s-a ales doar calea unei reformări blânde a sistemului, calea jumătăților de măsură, cea de a încerca “să împăcăm şi capra şi varza”.

Dacă ar fi să încercăm o caracterizare a matematicii primilor ani după înlăturarea lui Ceauşescu ar trebui să o facem cu îngăduință, luând în considerare entuziasmul general al acelor ani. În primul rând sportul ne aducea o stare de exaltare ce ne alimenta puternic orgoliul național: echipa națională de fotbal era pe val, dar şi la celelate sporturi medaliile curgeau. Gimnastica feminină era probabil cea mai evocată atunci când oamenii doreau să arate "cât de buni suntem noi, românii". Iar în acest context, de obicei erau amintiți şi cei cu rezultate la olimpiadele şcolare, în primul rând olimpici matematicieni.
Astfel, funcționa perfect efectul propagandei ceauşiste, care "ne tocase" intens pe această linie de-a lungul anilor '80, lucrurile mergând mai departe şi după 1990, chiar uneori cu avânt şi mai mare, pe calea stabilită de politica "tătucului" la finalul anilor '70. Nu s-a schimbat nimic semnificativ nici în modul de predare (după 10 ani profesorii erau deja setați pe sistemul predării docente, de tip academic, riguros, cu o abordare axiomatică, lecțiile fiind pline de definiții şi teoreme, pe care elevii trebuiau să le tocească acasă). Iar în ceea ce priveşte nivelul problemelor parcurse la clasă sau date ca temă, nivelul acestora chiar a luat-o pe o pantă ascendentă, crescând de la un an la altul. Iar, când nu se mai putea suporta presiunea apărută pe această pantă ascendentă, a problemelor tot mai grele într-o lecție, această lecție se scotea pur şi simplu din programă, desființând-o cu totul.
În general, fenomenul de alunecare a materiei din facultate în liceu, din liceu în gimnaziu, din gimnaziu în ciclul primar şi desigur din primar în grădiniță a reprezentat o constantă a şcolii noastre. Şi cum s-au apărat oamenii? Dacă în anii '70 copiii erau trimişi la şcoală după împlinirea vârstei de şase ani, acest punct a urcat încet până la şapte, chiar uneori opt ani după 1990. Lumea zicea: lasă-l să mai stea în grădiniță, că are timp destul să învețe, clasa I este aşa de grea! Actualmente nu mai ştim cum să îndreptăm situația, aşa că am transformat grupa pregătitoare în clasă pregătitoare pentru a readuce copiii de 6 ani la şcoală (ca în toată lumea).
Şi din nou pun întrebarea: nu ştie nimeni pe la minister că există şi forme de materie mai accesibile, care îndeplinesc toate cerințele actuale şi care erau practicate cu succes în anii '60-'70? Aceasta era o materie pe care toți o înțelegeau şi care era clar formatoare de gândire şi raționament logic sănătos.
Un singur exemplu ar mai merita amintit în acest sens: situația introducerii în predare a numerelor complexe, despre care am vorbit pe larg în Cap. I. Să luăm pentru aceasta *Manualul pentru clasa a IX-a Liceu şi Anul I Licee de specialitate, din 1969,* partea de *Algebră* fiind redactată de către autorii *Constantin Pîrvu, Ioan Şt. Muşat, Sanda Florescu, Zlate Bogdanof, Eremia Georgescu-Buzău.* Cităm de la pag. 161, începutul din *Capitolul VII NUMERE COMPLEXE, lecția 1. Corpul numerelor complexe.*
S-a văzut că ecuația de gradul doi cu coeficienți reali nu admite soluții reale decât dacă $\Delta \geq 0$. *Apare deci, în mod natural, problema lărgirii mulțimii numerelor reale, astfel încât să fie menținute proprietățile operațiilor cu numere reale şi, în plus, ecuația de gradul doi să admită, fără restricții, soluții în noua mulțime.*
În acest scop vom considera cea mai simplă ecuație de gradul doi, care nu are soluție în corpul numerelor reale, şi anume $x^2 + 1 = 0$, *ecuație ce*

mai poate fi scrisă şi sub forma $x^2 = -1$ (nu există nici un număr real care ridicat la pătrat să dea -1) şi vom arăta că dacă vom construi un corp în care această ecuaţie să aibă cel puţin o soluţie, atunci orice ecuaţie de gradul doi are soluţii în acest corp. Elementele acestui corp vor fi numerele reale, la care adăugăm elementele noi, necesare rezolvării ecuaţiei $x^2 + 1 = 0$ sau $x^2 = -1$. Alegerea notaţiei pentru elementul ce trebuie să aibă proprietatea că ridicat la pătrat dă -1 este la dispoziţia noastră şi vom folosi, în acest scop, litera i ($i^2 = -1$).
Mai precis, ne propunem să construim un corp care:
a) să conţină toate numerele reale;
b) operaţiile cu numere reale să se facă în noul corp la fel ca în corpul numerelor reale;
c) să conţină un element i, astfel încât $i^2 = -1$.
Vom arăta, în continuare, că este suficient, pentru a construi noul corp, să luăm în consideraţie toate elementele scrise sub forma $x + yi$, unde literele x şi y desemnează două numere reale arbitrare.
Pentru ca elementele de forma $x + yi$ să cuprindă, în particular, numerele reale, vom identifica elementele de forma $x + 0i$ cu numerele reale x şi vom scrie $x + 0i = x$. (...)
O abordare aproape identică găsim în manualul din anii ’70, cu deosebire că aici prima lecţie se numeşte *Construcţia mulţimii numerelor complexe*, considerându-se că prima abordare, cea cu *Corpul numerelor complexe*, a fost prea sofisticată (din *Algebră, Manual pentru anul I de licee de cultură generală şi de specialitate, 1973, Z. Bogdanof, E. Georgescu-Buzău, L. Panaitopol*). Am citat acest început de capitol pentru că se pare, există mulţi profesori mai tineri care nici nu ştiu de această abordare elementară pentru introducerea numerelor complexe.
Ca urmare a formei axiomatice de introducere a numerelor complexe, singura cunoscută actualmente, în ultimii ani s-a considerat că numerele complexe sunt mult prea grele, ele fiind deci mutate în clasa a X-a. (q.e.d.)
Gândurile despre introducerea numerelor complexe merită totuşi un **PS**. Daţi-mi voie să citez din cartea: *Algebră, manual pentru clasa a X-a, 1957, Alexandru Pop, Iacob Crişan*. Iată cum începe *Cap. IV Numere Complexe*, cu prima lecţie *Noţiuni* (pag. 164):
*Dacă rezolvăm ecuaţia de gradul II $x^2 + x + 1 = 0$, obţinem rădăcinile $x_1 = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $x_2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ sau, **aşa cum am învăţat în clasa a VIII-a**, notând unitatea imaginară $\sqrt{-1}$ cu litera i, iar $i^2 = -1$ prin definiţie, vom avea $x_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ şi $x_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Aceste rădăcini sînt numere ce se compun dintr-o parte reală şi o parte imaginară şi se numesc numere complexe. Putem da următoarea definiţie:*
Număr complex este o expresie de forma $a + bi$, în care a şi b sînt numere algebrice reale, iar $i = \sqrt{-1}$. (…)
Deci, dacă nu a fost destul de clar citatul, mai explic o dată: au existat vremuri când numerele complexe erau atât de uşor şi de accesibil predate, că se puteau învăţa în clasa a VIII-a (care, ce-i drept, era prima clasă de liceu pe vremea acea).